

放疗逆向计划中的混合多目标优化算法研究

李国丽¹ 宋 钢² 吴宜灿²

1 (合肥工业大学 电气与自动化工程学院 合肥 230009)

2 (中国科学院等离子体物理研究所 合肥 230031)

摘要 放射治疗中的逆向计划为多目标优化问题。将模拟退火算法和遗传算法相结合,进行多目标优化算法的研究,利用测试函数分析算法的优劣。将基于交叉变异扰动的多目标 SA 算法应用于放疗逆向计划过程,用基于平均剂量分布的目标函数和基于混合剂量-体积约束的目标函数进行逆向优化计算,说明算法的有效性。

关键词 逆向计划,多目标优化,算法,混合

中图分类号 R730.55

放射治疗已经进行了近一个世纪,逆向计划也已进行了很多年,但逆向计划的多目标特性在近年才被人们所认识。目前大部分逆向计划是将多目标问题由线性加权变为单目标问题来解决,例如:对两个目标函数 $f_1(\text{PTV})$ 、 $f_2(\text{OAR})$,可以变为一个目标函数: $f=w_1f_1+w_2f_2$,其中 w_1 、 w_2 为权重因子, $w_1+w_2=1$,它们在优化之前就必须确定,所以这样的优化又称前处理方法。但由于各目标函数的权重因子在优化前是未知的,所以优化过程是一个试一错一再试的过程^[1,2]。

这样做带来的另一个问题是:线性加权的方法只有当优化问题为凸问题时,才能找到非劣解,当问题非凸时,则不能保证找到的解一定为非劣^[3]。而治疗计划优化时,单极值只发生在优化射线权重的二次目标函数的情况下,当射线方向等放射源参数被优化、使用基于剂量体积的目标函数或基于生物响应的目标函数时,优化问题将变为非凸性的,多极值现象就会出现,因此这样求得的很可能为局部极值^[4]。

多目标优化的非支配解集的获得不依赖于优化问题是否为凸性,与有无局部极值点也没有关系,所以适用于任一种目标函数^[5],因此,寻求在多目标优化前提下的逆向计划优化算法,符合放疗逆向计划问题本身的特性,具有实际意义。

本文提出两种将模拟退火算法(SA)和遗传算法(GA)相结合的混合多目标优化算法,利用函数进行测试,分析其优劣。将基于交叉变异扰动的多目标 SA 算法应用于放疗逆向计划过程,用基于平

均剂量分布的目标函数和基于混合剂量体积约束的目标函数进行逆向优化计算,说明算法的有效性。

1 算法研究

Zitzler等^[6]在2000年提出多目标优化算法的六个测试函数,表达形式为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{最小化 } \tau(x) = (f_1(x_1), f_2(x)) \\ \text{约束 } f_2(x) = g(x_2, \dots, x_m)h(f_1(x_1), \\ \quad \quad \quad g(x_2, \dots, x_m)) \\ \text{其中 } x = (x_1, \dots, x_m) \end{array} \right.$$

在这六个测试函数中,每个测试函数都有两个目标函数 f_1 和 f_2 ,其中 f_1 仅有一个变量, g 含有 $m-1$ 个变量, h 是 f_1 和 g 的函数, f_2 则是 g 和 h 的函数。这六个测试函数都有各自的特点,涉及多峰、欺骗、离散等问题,具有一定的代表性和复杂性,许多从事进化算法的研究人员都利用这六个测试函数进行算法的测试。

在所有利用这六个测试函数进行的算法研究中,文献[7]的结果是所有研究中最新的结果,给出了 COEV 多目标优化算法(Coevolutionary Genetic Algorithm)与 NPGA、NSGA、VEGA 等八种算法 Pareto 前沿的比较结果,表明此种算法比其他多目标 GA 算法的 Pareto 前沿分布更好,但对多峰和非均匀问题仍没有达到理想分布^[7]。

因此,GA算法虽然具有很好的种群多样性,但

在Pareto前沿的搜索上未必都能达到好的效果,应用于放疗计划过程时,除了存在找不到满意解的情况外,还有收敛速度的问题。SA算法在搜索的方向性上有一定优势。将SA和GA算法相混合,有效利用两种算法的长处,形成混合算法,是目前研究的趋势。本文提出两种SA和GA相混合的方法。

算法1: 基于自适应SAGA的Niche-Pareto多目标优化算法^[8]。将自适应SAGA算法应用于Niche-Pareto多目标优化过程。算法中,采用竞争选择个体的方式,交叉、变异为自适应操作,六个测试函数的Pareto前沿分布如图1所示。

算法2: 基于交叉变异扰动的多目标SA优化算法。改变一般混合算法依次进行SA和GA的两层串行搜索结构,在SA算法的解集扰动过程中,使用GA

算法的交叉和变异进化策略。

6个测试函数的Pareto前沿分布如图1所示,得到图1结果的两种算法的收敛时间(P4/2.5GHz/DDR256MB)如表1所示。

与文献[7]的结果比较可见,两种算法的Pareto前沿分布结果都比COEV算法的更加均匀,尤其多峰和非均匀测试函数的结果更接近理想分布。

放射治疗逆向计划在大部分情况下符合测试函数2(非凸),计划过程的收敛时间是考虑算法的重要因素,由以上结果可知,两种算法在优化非凸问题时 Pareto 的前沿都达到了较好的分布,且算法2的收敛时间更快,所以本文选择算法2进行放疗逆向计划的研究,虽然算法2的多峰函数(Multimodal)测试结果比算法1差些。

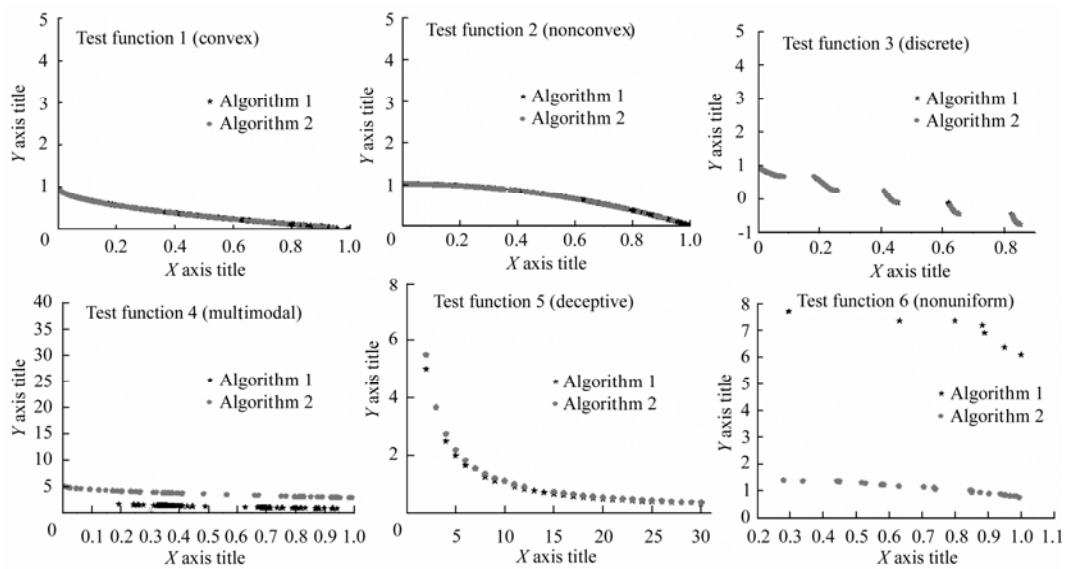


图1 两种算法测试函数结果

Fig. 1 Results of test functions based on algorithms 1 and algorithms 2

表1 两种算法收敛时间比较表

Table 2 Results of converge time of algorithms 1 and algorithms 2

测试函数 Test functions	算法 1 Algorithm 1	算法 2 Algorithm 2
测试函数 1 (Test function 1)	2min51s78ms	2min17s638ms
测试函数 2 (Test function 2)	2min53s563ms	2min20s953ms
测试函数 3 (Test function 3)	40s985ms	34s550ms
测试函数 4 (Test function 4)	24s360ms	32s6ms
测试函数 5 (Test function 5)	1min11s152ms	46s375ms
测试函数 6 (Test function 6)	2min37s640ms	33s313ms

2 计算实例

例题来源为安徽医科大学附属医院提供的病例(代号为 LSM)头部 18 张 CT 切片中的第 7 张 CT 数据, 靶区(PTV)、危及器官(OAR)的圈画结果如图 2 所示, 其余部分为正常组织 (NT)。放射源采用 Varian X 射线束模拟, 源皮距: SSD=100 cm, 入射方向为沿 Y 轴正向, 剂量计算方法采用基于 Varian 开放野数据的 RBM 方法^[9], 待优化参数为正方形野边长 A (cm), 光子能量 E (MeV), 准直器旋转角 Roat (度), 射野中心偏移量 xF 、 zF (cm)。

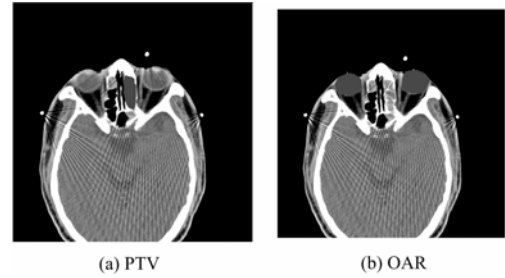


图 2 算例
Fig. 2 A test problem

采用两种目标函数:

(1) 基于平均剂量的目标函数

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= f_{\text{PTV}} = (d_{\text{PTV}} - D_{\text{ref}}^{\text{PTV}})^2 \\ y_2 &= f_{\text{OAR}} = \theta(d_{\text{OAR}} - D_{\text{C}}^{\text{OAR}})(d_{\text{OAR}} - D_{\text{C}}^{\text{OAR}})^2 \\ y_3 &= f_{\text{NT}} = \theta(d_{\text{NT}} - D_{\text{C}}^{\text{NT}})(d_{\text{NT}} - D_{\text{C}}^{\text{NT}})^2 \end{aligned} \right\} \theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (1)$$

式中, d_{PTV} 、 d_{OAR} 、 d_{NT} 分别为 PTV、OAR、NT 所有点的剂量计算平均值, $D_{\text{ref}}^{\text{PTV}}$ 为靶区应达到的平均剂量 (设为 92%), $D_{\text{C}}^{\text{OAR}}$ 、 D_{C}^{NT} 为 OAR 和 NT 中不能超过的最高平均剂量 (分别设为 21% 和 27%, 且越低越好)。算法中的评价函数设为:

$$J_i = \frac{1}{1 + y_i} \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

剂量计算时每个感兴趣区域的抽样点固定, 分别为: PTV 均匀抽样点数为 321, 危及器官 511, 正常组织 547。使用 P4 2.4/256M/80G 计算机, 几次运行结果如表 2 所示。

表 2 基于平均剂量分布的目标函数 (式 1) 计算结果表
Table 2 Results of inverse planning based on the objective function of average dose distribution

种群大小 Population size	满意解 Threshold solution	J_1 、 J_2 、 J_3 阈值 value of perfect	结果 Optimization results	计算耗时 Time for calculation
300	0.95		在第 4 代找到满意解, 对应函数的适应度分别为: 0.967485, 1.000000, 1.000000 对应的变量值: $A=4$, $E=6$, Roat=31, $xF=-0.455600$, $zF=-1.933786$ Find perfect solution at 4 generation. The fitness are 0.967485, 1.000000, 1.000000. The values of variable are $A=4$, $E=6$, Roat=31, $xF=-0.455600$, $zF=-1.933786$	2h45min24s672ms
100	0.9		在第 9 代找到满意解, 对应函数的适应度分别为: 0.999957, 1.000000, 1.000000 对应的变量值: $A=4$, $E=6$, Roat=-22, $xF=-0.420899$, $zF=0.692373$ Find perfect solution at 9 generation. The fitness are 0.999957, 1.000000, 1.000000. The values of variable are $A=4$, $E=6$, Roat=-22, $xF=-0.420899$, $zF=0.692373$	1h5min49s578ms
100	0.88		在第 9 代找到满意解, 对应函数的适应度分别为: 0.999957, 1.000000, 1.000000 对应的变量值: $A=4$, $E=6$, Roat=-22, $xF=-0.420899$, $zF=0.692373$ Find perfect solution at 9 generation. The fitness are 0.999957, 1.000000, 1.000000. The values of variable are $A=4$, $E=6$, Roat=-22, $xF=-0.420899$, $zF=0.692373$	1h1min26s15ms

(2) 基于混合剂量-体积约束的目标函数

$$\begin{aligned}
 y_1 = f_{\text{PTV}} &= \begin{cases} V_{\text{PTV}} - \text{obj}V_{\text{PTV}}^L & V_{\text{PTV}} > \text{obj}V_{\text{PTV}}^L \\ 0 & \text{else} \end{cases} \\
 y_2 = f_{\text{OAR}} &= \begin{cases} \text{obj}V_{\text{OAR}}^{\text{Hd}} - V_{\text{OAR}}^{\text{Hd}} & V_{\text{OAR}}^{\text{Hd}} < \text{obj}V_{\text{OAR}}^{\text{Hd}} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \\
 y_3 = f_{\text{NT}} &= \theta(d_{\text{NT}} - D_{\text{C}}^{\text{NT}})(d_{\text{NT}} - D_{\text{C}}^{\text{NT}})^2 \quad \theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}
 \end{aligned} \quad (3)$$

这实际上是一个剂量-体积约束和平均剂量分布相混合的目标函数,表示 PTV 中至少有 $\text{obj}V_{\text{PTV}}^L$ % 的体积受照剂量达目标剂量值 $\text{obj}d_{\text{PTV}}$; OAR 中至多有 $\text{obj}V_{\text{OAR}}^{\text{Hd}}$ % 的体积受照剂量达最高剂量值 $\text{obj}d_{\text{OAR}}^{\text{H}}$; V_{PTV} 为靶区高于目标剂量 $\text{obj}d_{\text{PTV}}$ 的百分体积值; $V_{\text{OAR}}^{\text{Hd}}$ 为危及器官中达到或高于最高剂量 $\text{obj}d_{\text{OAR}}^{\text{H}}$ 的百分体积值; 而正常组织的目标函数是基于平均剂量分布的,与式(1)中相同。

若逆向计划目标设置为:靶区、危及器官的目标 DVH 图设置如图 3 中 ObjPTV、ObjOAR 所示,描述为:至少 92% 的靶区体积剂量达 85% 以上;至多 15% 的危及器官体积剂量达 40%; 正常组织目标平均剂量应低于 30% 且越低越好。算法中的评价函数设置见(4)式。

PTV、OAR、NT 中抽样点数与上述相同时,几次运行结果如表 3 所示。相应的满意解对应的靶

$$\begin{aligned}
 J_i = \text{fitness}_i &= y_i \quad i = 1, 2 \\
 J_3 = \text{fitness}_3 &= \frac{1}{1 + y_3}
 \end{aligned} \quad (4)$$

区 DVH 分布如图 3 中 PTV1、PTV2 和 PTV3 所示,危及器官的 DVH 分布为 OAR1、OAR2、OAR3,都优于目标剂量分布。

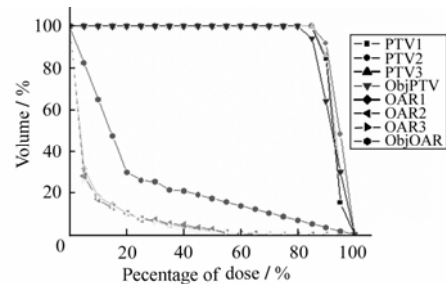


图3 目标 DVH 图和满意解对应的 DVH 图
Fig. 3 Objective DVH & perfect solution's DVH

表3 基于混合剂量-体积约束的目标函数(式3)计算结果表
Table 3 Results of inverse planning based on the objective function of hybrid dose-volume constraint

种群大小 Population size	满意解 J_1 、 J_2 、 J_3 阈值 Threshold value of perfect solution	结果 Optimization results	计算耗时 Time for calculation
100	$J_1=8, J_2=8, J_3=0.99$	在第4代找到满意解,对应函数的适应度分别为: 8.000000, 11.086106, 1.000000. 对应的变量值: $A=4, E=15, \text{Roat}=-88, xF=-1.221767, zF=-0.771629$ Find perfect solution at 4 generation. The fitness are 8.000000, 11.086106, 1.000000. The values of variable are $A=4, E=15, \text{Roat}=-88, xF=-1.221767, zF=-0.771629$	57min5s672ms
200	$J_1=2.5, J_2=1, J_3=0.99$	在第0代找到满意解,对应函数的适应度分别为: 8.000000, 11.086106, 1.000000. 对应的变量值: $A=4, E=10, \text{Roat}=-95, xF=-0.220849, zF=1.594058$ Find perfect solution at 0 generation. The fitness are 0.999957, 1.000000, 1.000000. The values of variable are $A=4, E=10, \text{Roat}=-95, xF=-0.220849, zF=1.594058$	31min6s750ms
300	$J_1=3, J_2=1, J_3=0.99$	在第0代找到满意解,对应函数的适应度分别为: 8.000000, 12.455969, 1.000000. 对应的变量值: $A=4, E=10, \text{Roat}=-69, xF=1.288062, zF=-1.745950$ Find perfect solution at 0 generation. The fitness are 8.000000, 12.455969, 1.000000. The values of variable are $A=4, E=10, \text{Roat}=-69, xF=1.288062, zF=-1.745950$	44min53s813ms

3 结论

一般的混合多目标算法采用依次进行 SA 和 GA 的两层串行搜索结构。这种结构的混合算法即使可以在较少的世代数寻找到极值点, 其计算耗时也未必比单纯的 GA 或 SA 算法少。为了使混合算法达到较快的寻优速度, 提出一种独特的基于交叉变异扰动的多目标 SA 算法, 在其解集扰动过程中, 使用 GA 算法的交叉和变异策略。基于两种目标函数的放疗逆向计划的结果表明, 算法具有很好的寻优收敛效果。

本文演示了两种目标函数下基于交叉变异扰动的多目标 SA 算法的优化结果。但实际放疗计划中, 逆向计划一般使用于调强适形(IMRT)放射治疗中, 待优化的变量将是成千上万个射线束的权重, 优化的目标函数也可能更多, 当野的个数、权重、射束入射方向等都成为优化变量时, 优化的过程将更加复杂。本文主要针对逆向计划中的混合多目标优化算法进行研究, 所以选择了外放射治疗中简单易行的 RBM 方法。

所以, 本文的算法研究将对复杂的逆向计划多目标优化过程提供基础。

参考文献

- 1 Yu Y, Schell M C. Med Phys, 1996, **23**: 2085—2091
- 2 Lahanas M, Baltas D, Zamboglou N. Med Phys, 1999, **26**: 1904—1918
- 3 http://www.glue.umd.edu/~azarm/optimum_notes/multi/multi_solving3.html
- 4 Cho P S, Lee S, Marks R J, *et al.* Phys Med Biol, 1998, **27**: 520—529
- 5 Schreibmann E, Lahanas M. Phys Med Biol, 2004, **49**: 747—770
- 6 Zitzler E, Deb K, Thiele L. Evol Comput, 2000, **8**(2): 173—195
- 7 Lohn J, Kraus W, Haith G. Comparing a coevolutionary genetic algorithm for multiobjective optimization, Proc. 2002 Congress on Evolutionary Computation (CEC'02), Hawaii, USA: 1157—1162
- 8 LI Guoli, WU Yican. Plasma Sci Technol (in China), 2006, **8**(2): 234—236
- 9 Storchi P, Woudstra E. Phys Med Biol, 1995, **40**(9): 511—527

Study on hybrid multi-objective optimization algorithm for inverse treatment planning of radiation therapy

LI Guoli¹ SONG Gang² WU Yican²

1 (School of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

2 (Institute of Plasma Physics, the Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

Abstract Inverse treatment planning for radiation therapy is a multi-objective optimization process. The hybrid multi-objective optimization algorithm is studied by combining the simulated annealing(SA) and genetic algorithm(GA). Test functions are used to analyze the efficiency of algorithms. The hybrid multi-objective optimization SA algorithm, which displacement is based on the evolutionary strategy of GA: crossover and mutation, is implemented in inverse planning of external beam radiation therapy by using two kinds of objective functions, namely the average dose distribution based and the hybrid dose-volume constraints based objective functions. The test calculations demonstrate that excellent converge speed can be achieved.

Key words Inverse treatment planning, Multi-objective optimization, Algorithm, Hybrid

CLC R730.55